Un descripteur de forme par graphes utilisant une décomposition de maillages par cartes de courbures

Arnaud Polette[1,2], Jean Meunier[2,3] et Jean-Luc Mari[1]

[1]Aix-Marseille Université, CNRS, LSIS UMR 7296 (France)
[2]Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle (DIRO), Université de Montréal (Canada)
[3]Institut de Génie Biomédical, Université de Montréal (Canada)

Résumé

Cet article présente une nouvelle méthode de décomposition en graphes de maillages 3D triangulés. Notre méthode utilise des cartes de courbures discrètes comme descripteur de forme et découpe le maillage traité en 8 différentes catégorie de carreaux, ou patches *(*peak*,* ridge*,* saddle ridge*,* minimal*,* saddle valley*,* valley*,* pit *et* flat*). Ensuite un graphe d'adjacence est construit avec un nœud pour chaque* patch*. Toutes les catégories de* patches *ne pouvant pas être voisines dans un contexte continu, des jonctions intermédiaires sont ajoutées afin d'assurer une cohérence continue entre les zones. Ces graphes peuvent être utilisés pour extraire des caractéristiques géométriques que nous montrons à travers quelques exemples. Nous proposons aussi une méthode de comparaison pour calculer une distance entre ces graphes. Cette étude montre que ces graphes construits en utilisant les propriétés différentielles sur des maillages peuvent être utilisés afin de comparer des surfaces discrètes.*

This paper presents a new decomposition method of a 3D arbitrary triangle mesh into a graph. Our method uses discrete curvature maps as shape descriptors and split meshes into eight categories of patches (peak, ridge, saddle ridge, minimal, saddle valley, valley, pit and flat). Then an adjacency graph is constructed with a node for each patch. As all categories of patch cannot be neighbors in a continuous context, additional intermediary patches are added as boundaries to ensure a continuous consistency on transitions between areas. These graphs can be used as shape feature extraction structures as we present in several examples. We propose a comparison method to compute a distance between graphs. This study demonstrates that graphs built from differential properties on meshes can be used to compare discrete surfaces.

Mots-clés : modélisation géométrique, maillage, courbure discrète, décomposition, graphe, descripteur de forme, géométrie différentielle

1. Introduction

Les maillages triangulés sont une structure très commune pour la représentation 3D d'objets pour de nombreux domaines et deviennent de plus en plus volumineux avec le développement rapide des scanners 3D. C'est pourquoi l'analyse géométrique présente un intérêt de plus en plus important. L'extraction de caractéristiques géométriques et la comparaison de maillages sont des étapes importantes pour de nombreuses applications 3D, comme la reconnaissance de forme, la modélisation de forme, ou le recalage.

Une problématique non-triviale dans l'analyse de forme 3D est de définir une méthode pour décrire des objets indépendamment de leur échelle ou de toutes transformations rigides, en incluant des informations à la fois globales et locales.

Dans cette étude, nous proposons d'utiliser une technique s'appuyant sur l'analyse de la courbure afin de construire un graphe représentatif des différentes formes du maillage. L'objet maillé est découpé en 8 catégories de *p*atches en fonction de la courbure locale : *p*eak, *r*idge, *s*addle ridge, *m*inimal, *s*addle valley, *v*alley, *p*it et *f*lat). Ceci décrit la forme indépendamment de l'échelle. Un filtre multi-échelle est proposé afin d'extraire différentes tailles de formes. Un graphe d'adjacence est ensuite construit en utilisant ces *p*atches. Nous proposons d'enrichir le graphe avec des jonctions spécifiques entre les *p*atches afin d'assurer une cohérence continue sur les transitions entre les *p*atches.

Ce nouveau graphe enrichi est un descripteur de forme pertinent, il peut être utilisé pour extraire des formes spécifiques sur des maillages 3D.

Dans la section 2, nous présentons une étude des travaux récents sur la description et l'extraction de forme en utilisant des cartes de courbures sur des maillages triangulaires. Ensuite nous exposons des notions de base sur les courbures discrètes en section 3. Notre méthode de décomposition et de comparaison de graphes est développée en section 4. La section 5 présente les résultats expérimentaux.

2. Travaux relatifs

Il existe de nombreuses références sur l'extraction de forme sur des maillages triangulés en utilisant les courbures discrètes : par un squelette surfacique en utilisant la courbure moyenne [KVM13], par des lignes de crêtes [HPW05, YBS05], par un découpage en *p*atches en utilisant une méthode de croissance de régions guidée par la variation de la courbure [LDB05] ou par *m*ean-shifted curvature [ZLXH08], en utilisant la courbure Gaussienne afin d'extraire les formes saillantes à multi-échelles [YS12] (le concept de *formes saillantes* sur des maillages a été décrit par [LVJ05]), ou encore en listant les positions minimales et maximales de courbures [HG09].

Ces études visent chacune une forme ou une caractéristique particulière en utilisant une méthode spécifique pour chaque forme. Notre objectif est de proposer une méthode modulaire afin d'extraire une forme décrite par un modèle que l'on prédéfinit.

3. Notions de base

3.1. Courbures discrètes

La courbure à un point donné sur une courbe dans un plan est définie par l'inverse du rayon du cercle osculateur à la courbe en ce point. Sur une surface en un point donné, le vecteur normal et la tangente forment un plan qui coupe la surface en une courbe, cette courbe est utilisée pour estimer la courbure. Les courbures principales $k1$ et $k2$ sont les deux extremums de la courbures en ce point (figure 1).

En combinant ces deux valeurs $k1$ et $k2$, nous obtenons la courbure moyenne H et la courbure Gaussienne K. Ces deux autres valeurs sont couramment utilisées pour décrire les propriétés différentielles d'une surface :

— $H = (k1 + k2)/2$

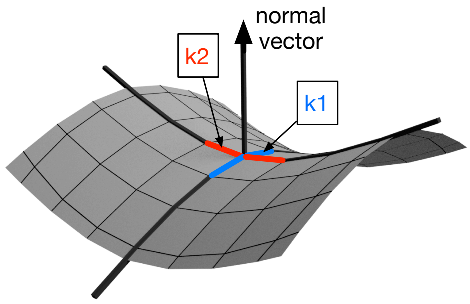


Figure 1: *Les courbures principales* $k1$ *et* $k2$

— $K = k1.k2$

Dans notre travail nous utilisons l'estimateur de courbure de Meyer *et al.* [MDSB03] pour sa robustesse. Les deux cartes de courbures sont présentées sur la figure 2.

Courbure moyenne H — Courbure Gaussienne K

Figure 2: *Courbures moyenne et Gaussienne sur un maillage du bunny*

L'idée est l'utiliser les valeurs de H et K pour classer les formes locales en 8 catégories présentées figure 4 : *p*eak, *r*idge, *s*addle ridge, *m*inimal, *s*addle valley, *v*alley, *p*it et *f*lat) (cette classification a été décrite dans [HRTA04]).
La figure 5 montre une carte de catégories sur un maillage du *bunny*. Cette carte est indépendante de l'échelle du maillage : deux maillages identiques à une échelle différente produirons deux cartes de courbures différentes, mais la même carte de catégories.

4. Algorithme de décomposition de maillages

4.1. Vue d'ensemble

La figure 3 présente une vue d'ensemble de notre méthode de décomposition, chaque étape est décrite dans les sous-sections suivantes.

4.1.1. Extraction de la courbure locale moyenne à échelle multiple

Cette étape a pour objectif d'extraire la courbure locale moyenne à différentes échelles. Une échelle raffinée peut ex-

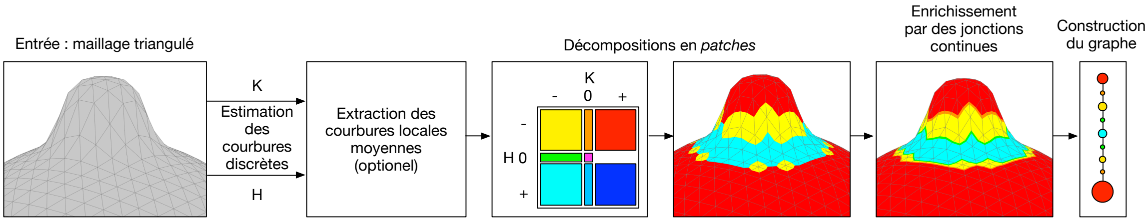


Figure 3: *Vue d'ensemble de la méthode de construction de graphes*

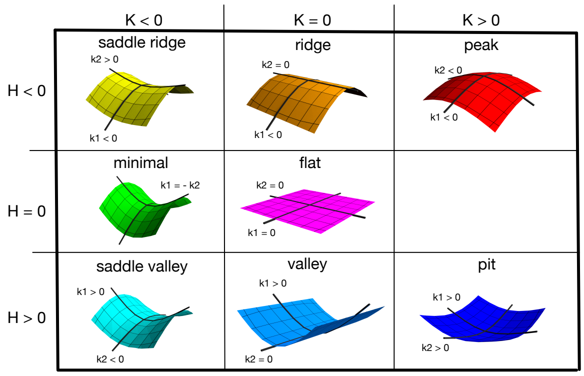


Figure 4: *Catégories de formes en fonction de la courbure moyenne et Gaussienne*

Figure 5: *Carte de catégories sur un maillage du bunny*

traire la texture ou les petites formes (figure 5 et première colonne de la figure 7) tandis qu'à une échelle plus grossière, il est possible de cibler des formes plus importantes ou même la forme globale (figure 7 dernière colonne). Un filtre moyen est utilisé (un filtre morphologique lissant) pour localement calculer la courbure moyenne (la valeur moyenne de la courbure *Gaussienne* et *moyenne*) d'un groupe de sommets, avec un élément structurant à taille variable, en s'appuyant sur une distance euclidienne (une sphère de seuil d'influence).

La figure 6 montre les sommets utilisés pour une même distance de seuil sur trois formes similaires maillées différemment. Cette distance permet d'estimer une valeur de la courbure indépendamment de l'échantillonnage du maillage à une échelle prédéfinie par la valeur de seuil.

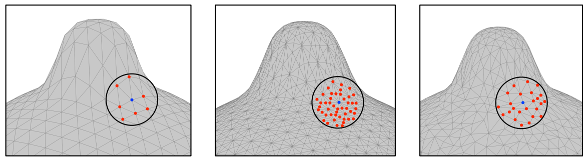


Figure 6: *Sommets utilisés pour une même distance de seuil sur trois formes similaires maillées différemment*

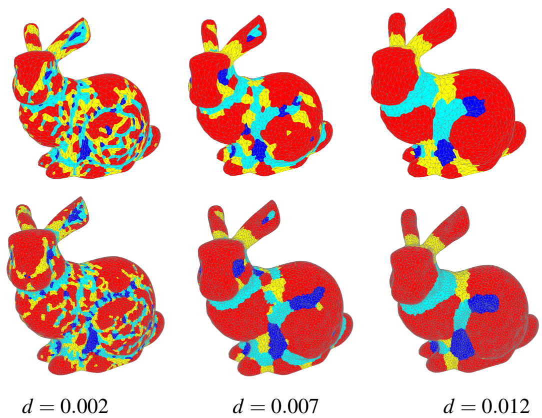


Figure 7: *Trois exemples de l'influence du paramètre de seuil sur deux maillages (échantillonnés différemment) du même objet (en haut 5002 sommets, en bas 30012 sommets)*

4.1.2. Jonctions continues entre les zones

L'objectif de cette étape est d'ajouter une jonction naturelle entre les zones afin d'assurer une cohérence continue entre les catégories des zones. La figure 9 montre les règles d'adjacence entre les catégories. Ces règles impliquent une interpolation implicite de la courbure entre les zones afin d'établir l'adjacence autorisée entre chaque catégorie.

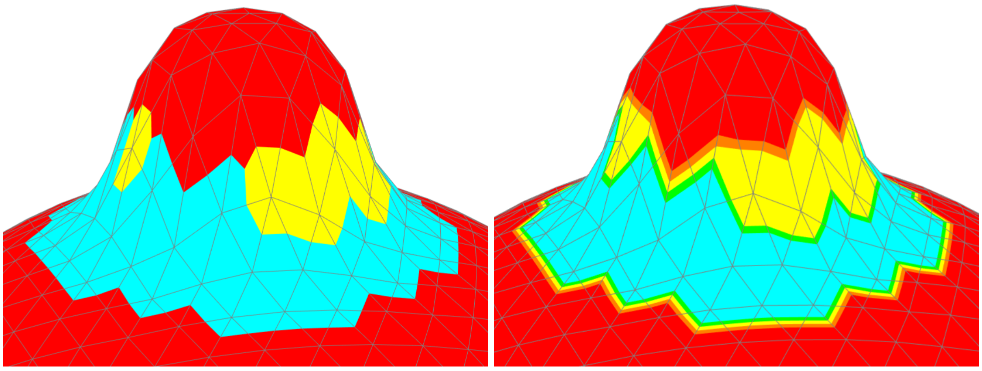


Figure 8: *Enrichissement d'une carte de catégorie par des jonctions continues*

Ces ajouts de jonctions ont pour objectif d'avoir une cohérence entre les transitions entre chaque catégorie. Par exemple sur une surface C^2, il n'est pas possible d'avoir une zone *p*eak voisine à une zone *p*it sans passer par une zone *f*lat ou *r*idge. C'est pour avoir une *a*nalogie entre une surface continue et une représentation maillée de cette dernière qu'il nous semble important de considérer une frange de transition lorsque celle-ci n'est pas présente.

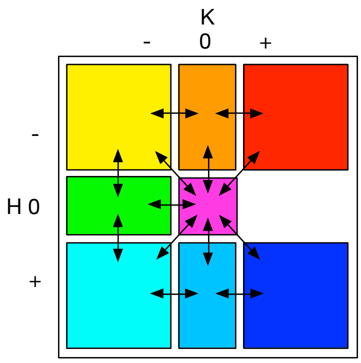


Figure 9: *Règles d'adjacence entre les catégories*

Pour enrichir le maillage avec ces frontières, chaque arête est vérifiée afin de s'assurer qu'elle respecte les règles d'adjacence, si ce n'est pas le cas, une jonction est ajoutée sur cette arête et est ensuite reliée à ses voisins. La figure 8 montre une carte de catégorie enrichie avec des jonctions continues. On observe que chaque zone entre les deux zones rouges forment un anneau. Les parties jaunes sont maintenant reliées et forment une zone unique.

4.2. Construction du graphe

Un graphe est construit en utilisant le voisinage naturel entre les *p*atches. Un nœud est défini pour chaque *p*atch et contient sa catégorie, son aire, et un lien vers chacun de ses voisins.

4.3. Comparaison de graphes

La similarité entre deux maillages peut être estimée en comparant leurs graphes respectifs. La section suivante présente une méthode de comparaison de graphes permettant de comparer des maillages simples.

La méthode de comparaison s'appuie sur un algorithme glouton qui a pour objectif de maximiser l'intersection entre deux graphes en maximisant l'intersection entre des paires de nœuds des deux graphes avec une contrainte de voisinage.

L'intersection entre deux nœuds est donnée par la valeur de l'aire minimale S entre ces deux nœuds si ils appartiennent à la même catégorie C. Sinon l'intersection est de zéro :

$$inter(n1,n2)\begin{cases} min(S_{n1},S_{n2}), & \text{if } C_{n1}=C_{n2} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

La première étape est de trouver une paire de nœuds de départ entre les deux graphes comparés en cherchant l'intersection maximale existante entre les deux graphes.

Puis en partant de ces deux nœuds, leurs voisins sont associés récursivement en cherchant l'intersection maximale entre chacun des voisins. La figure 10 montre la procédure d'association des nœuds, (b) paire de départ, (c) et (d) association récursive.

La quantification globale de la valeur de similarité entre

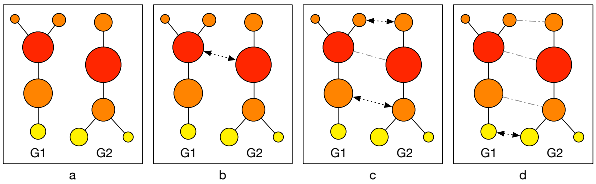


Figure 10: *Procédure d'association des nœuds : (a) les deux graphes comparés, (b) paire de départ, (c) et (d) association récursive*

deux graphes est la somme des intersections de chaque paire, divisée par l'aire maximale des deux maillages :

$$\frac{\sum_{Pair_{node}} inter(node1, node2)}{max(G1totalArea, G2totalArea)}$$

Plus cette valeur est proche de 1, plus les graphes sont similaires. Une valeur proche de zéro indique que les graphes sont nettement différents.

5. Résultats et validation

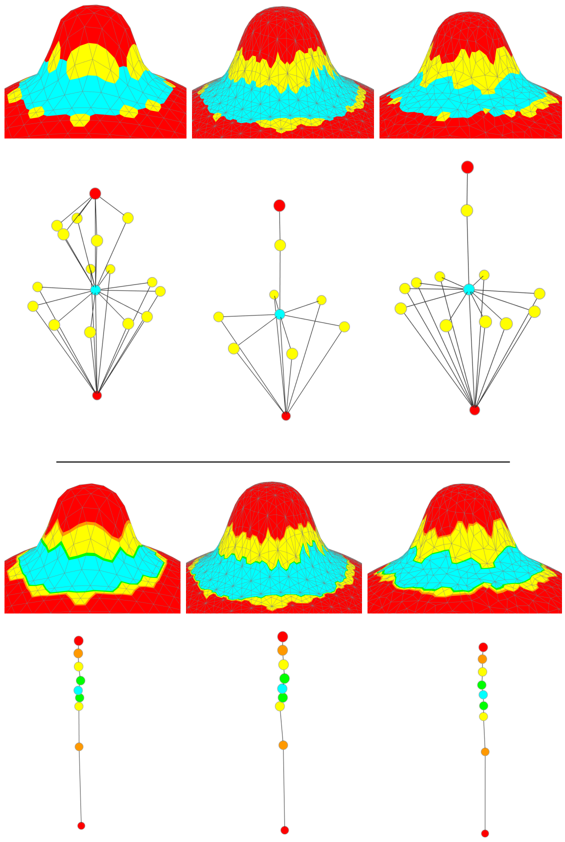
5.1. Méthode d'enrichissement par jonctions continues

En plus de conserver une cohérence continue entre les catégories des zones, l'ajout de jonctions aide à construire un graphe robuste. La figure 11 montre qu'il est possible de résoudre certains problèmes liés à l'utilisation de courbures discrètes sur un maillage échantillonné de façon irrégulière et non-uniforme. Les graphes construits avec cet enrichissement sur la même forme sont régularisés et donc plus facilement similaires (figure 11 en bas), et ils permettent l'utilisation d'une méthode simple de comparaison de graphes.

5.2. Extraction de forme

Ces graphes peuvent être utilisés pour extraire des formes particulières en recherchant des configurations spécifiques de sous-graphes. La figure 12 montre une simple utilisation d'un graphe pour extraire une forme. Les nœuds sont filtrés par valeur de l'aire et par catégorie afin de ne conserver que les zones *p*it d'une valeur d'aire fixée à la valeur de la taille des petites zones du ballon.

Des formes plus complexes peuvent être extraites en utilisant un sous-graphe comme modèle de reconnaissance, la figure 13 montre une extraction de forme sur l'aile du maillage *gargoyle*. Le sous-graphe utilisé (figure 13 d) comme modèle de reconnaissance décrit un *p*it entouré d'un *s*addle ridge qui peut contenir un ou plusieurs *p*eaks, le tout entouré par une *s*addle valley.



maillage a maillage b maillage c

Figure 11: *Trois exemples de graphes construits avec (en bas) et sans (en haut) ajout de jonctions sur une forme similaire maillée de différentes façons (dans cette figure les nœuds sont affichés avec une coordonnée 3D et d'une taille unique pour des questions de visualisation, mais aucune coordonnée n'est présente dans la structure d'un nœud)*

5.3. Comparaison de graphes

Avant la comparaison, chaque maillage a été mis à l'échelle dans le cube unité. Les graphes comparés sont les trois maillages bombés de la figure 11 (a, b et c) et les deux maillages du *bunny* (voir figure 7 haut et bas) avec un seuil d'extraction de courbure locale moyenne de 0.03.

Les résultats sont reportés sur la table 1.

Nous pouvons observer que les comparaisons entre les trois groupes construits depuis les maillages bombés sont très proches de 1. Une comparaison entre les deux maillages du *bunny* donnent des valeurs très hautes. Cependant les comparaisons entre les maillages bombés et les maillages du *bunny* donnent des valeurs de similarité faibles.

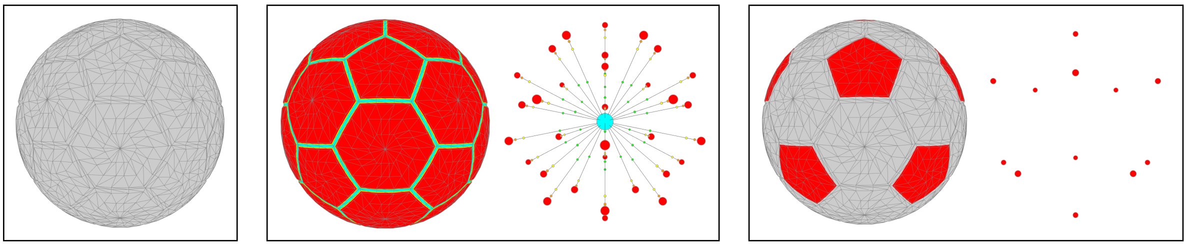


Figure 12: *Extraction de forme sur un ballon par aire et par catégorie*

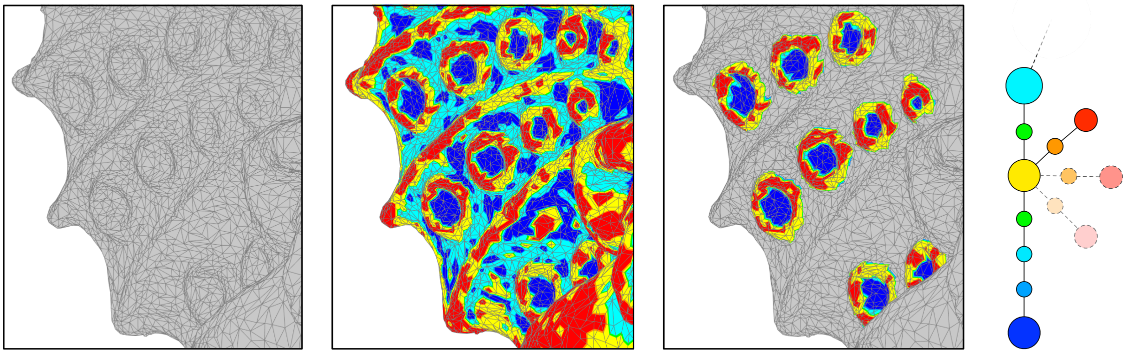


Figure 13: *Extraction de forme en utilisant un sous-graphe comme modèle de reconnaissance : (a) maillage source, (b) maillage découpé en* patches *pour former un graphe, (c) formes extraites et (d) sous-graphe modèle*

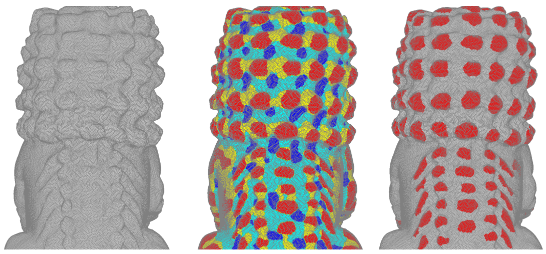


Figure 14: *Extraction de la saillance sur un maillage du chinese dragon, filtré par la taille et la catégorie : (a) maillage source, (b) maillage découpé en* patches *pour former un graphe, (c) formes extraites*

	bunny 1	bunny 2	mb a	mb b	mb c
bunny 1	1	0.84	0.24	0.31	0.19
bunny 2	-	1	0.21	0.24	0.21
mb a	-	-	1	0.996	0.994
mb b	-	-	-	1	0.996
mb c	-	-	-	-	1

Table 1 : Résultats de la comparaison de graphes

6. Conclusion et travaux futurs

Dans ce document, nous avons présenté un nouveau descripteur de forme présenté en graphes en s'appuyant sur une décomposition de maillage à l'aide de cartes de courbures. Ces graphes peuvent être utilisés comme descripteurs de forme, extracteurs de forme, ou un moyen de comparer des maillages. Des exemples d'extractions de forme et de comparaisons de maillages sont présentés.

Cependant l'approche présentée dans ce travail peut être améliorée, un estimateur de courbure multi-échelle ([YLHP06, PWY*07, LHF09]) pourrait améliorer le contrôle sur la taille des caractéristiques recherchées. De plus une étape de lissage ou de débruitage permettrait d'avoir des frontières plus régulières entre les *patches*.

La méthode d'enrichissement par ajout de jonctions ajoute des zones de taille nulle. Inclure une étape d'interpolation pourrait aider à mieux construire les jonctions intermédiaires. Par ailleurs une démonstration formelle des règles d'adjacence devra être développée.

La prochaine étape prévue pour la suite de ce travail va consister à étendre la méthode de décomposition afin de diviser récursivement chaque *p*atch en sous-graphes qui décriraient l'allure de la zone localement et permettraient de mieux différentier les zones appartenant à la même catégorie.

Nous avons aussi prévu d'étendre l'utilisation de ces graphes à l'étude de la topologie des objets. Nous pensons que ces graphes sont fortement liés à des propriétés topologiques de leurs maillages respectifs.

Acknowledgments

Ce travail est soutenu par *Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC)*. Les maillages présentés dans ce travail proviennent de *the Stanford University Computer Graphics Laboratory* (bunny) et de *the AIM@SHAPE consortium* (*gargoyle* et *chinese dragon*).

Références

[HG09] HO H., GIBBINS D. : Curvature-based approach for multi-scale feature extraction from 3d meshes and unstructured point clouds. *Computer Vision, IET. Vol. 3*, Num. 4 (December 2009), 201–212.

[HPW05] HILDEBRANDT K., POLTHIER K., WARDETZKY M. : Smooth feature lines on surface meshes. In *Proceedings of the Third Eurographics Symposium on Geometry Processing* (Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2005), SGP '05, Eurographics Association, pp. 085–090.

[HRTA04] HAALA N., REULKE R., THIES M., ASCHOFF T. : Combination of terrestrial laser scanning with high resolution panoramic images for investigations in forest applications and tree species recognition. *Panoramic Photogrammetry Workshop. Vol. IAPRS - XXXIV* (2004).

[KVM13] KUDELSKI D., VISEUR S., MARI J.-L. : Skeleton extraction of vertex sets lying on arbitrary triangulated 3d meshes. In *Discrete Geometry for Computer Imagery*, Gonzalez-Diaz R., Jimenez M.-J., Medrano B., (Eds.), vol. 7749 de *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg, 2013, pp. 203–214.

[LDB05] LAVOUÉ G., DUPONT F., BASKURT A. : A new {CAD} mesh segmentation method, based on curvature tensor analysis. *Computer-Aided Design. Vol. 37*, Num. 10 (2005), 975 – 987.

[LHF09] LAI Y.-K., HU S.-M., FANG T. : Robust principal curvatures using feature adapted integral invariants. In *2009 SIAM/ACM Joint Conference on Geometric and Physical Modeling* (New York, NY, USA, 2009), SPM '09, ACM, pp. 325–330.

[LVJ05] LEE C. H., VARSHNEY A., JACOBS D. W. : Mesh saliency. *ACM Trans. Graph.. Vol. 24*, Num. 3 (juillet 2005), 659–666.

[MDSB03] MEYER M., DESBRUN M., SCHRÖDER P., BARR A. : Discrete differential-geometry operators for triangulated 2-manifolds. In *Visualization and Mathematics III*, Hege H.-C., Polthier K., (Eds.), Mathematics and Visualization. Springer Berlin Heidelberg, 2003, pp. 35–57.

[PWY*07] POTTMANN H., WALLNER J., YANG Y.-L., LAI Y.-K., HU S.-M. : Principal curvatures from the integral invariant viewpoint. *Comput. Aided Geom. Des.. Vol. 24*, Num. 8-9 (novembre 2007), 428–442.

[YBS05] YOSHIZAWA S., BELYAEV A., SEIDEL H.-P. : Fast and robust detection of crest lines on meshes. In *Proceedings of the 2005 ACM Symposium on Solid and Physical Modeling* (New York, NY, USA, 2005), SPM '05, ACM, pp. 227–232.

[YLHP06] YANG Y.-L., LAI Y.-K., HU S.-M., POTTMANN H. : Robust principal curvatures on multiple scales. In *SGP 2006 : 4th Eurographics Symposium on Geometry processing* (2006), Polthier K., Sheffer A., (Eds.), Eurographics Association, pp. 223–226.

[YS12] YANG Y.-L., SHEN C.-H. : Multi-scale salient features for analyzing 3d shapes. *Journal of Computer Science and Technology. Vol. 27*, Num. 6 (2012), 1092–1099.

[ZLXH08] ZHANG X., LI G., XIONG Y., HE F. : 3d mesh segmentation using mean-shifted curvature. In *Advances in Geometric Modeling and Processing*, Chen F., Jüttler B., (Eds.), vol. 4975 de *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg, 2008, pp. 465–474.